

平成 18 年度卒業論文

文章題からの立式と割合としての量

原 万里子

1. 量の文章題

1.1 文章題に関する定義の変遷（掲載を略す）

1.2 算数的解法と代数的解法

古典的な文章題を解く方法には、算数的解法と代数を用いて方程式で解く代数的解法がある。1.1 でみた鶴亀算や旅人算は、前者の算数的解法でそれぞれの問題の解く型を教えられてきた。

しかし、長妻氏は、「代数を用いれば、古典的な文章題は簡単に解けてしまう」⁽¹⁾と主張する。さらに、「算数的な解法の問題点は、一つ一つの解法を覚えなければならないことと、中学で方程式を学ぶ時に、古典的な文章題を解いていた方法は意味のないものになり、また順算の考えに戻らなければならないということである」⁽²⁾と指摘し、代数を用いた方法を関数的解法⁽³⁾と名付けた。しかし以降では代数的解法と呼ぶことにする。以下に、引き続いて長妻氏の主張を追ってみよう。古典的な文章題には、主に以下のようなものがある。

(1) 和差算 (2) 旅人算 (3) 時計算 (4) 通過算 (5) 鶴亀算 (6) 流水算 (7) 年令算
(8) 差分算 (9) 過不足算 (10) 消去算 (11) 分配算 (12) やりとり算 (13) 平均算
(14) 仕事算 (15) 相当算 (16) 帰一算 (17) 比例分配算 (18) 混合算 (19) 還元算
(20) 植木算

そして、それぞれについて、

(1) ～ (11) は、一元一次方程式の応用問題として扱えば簡単である。

(12) (13) は平均の応用である。

(14) ～ (18) は比の三用法の応用と考えられる。

(19) は逆算の連続である。

(20) の植木算は方程式と直接関係ない。

以上のことから、半分は代数的解法だけで解けてしまうことがわかる。

実際に、過不足算の文章題を算数的解法と代数的解法で解くとどう違うのか見ていこう⁽⁴⁾。

問題	「みかんを、何人かの子どもに 44 個ずつ分けると 18 個余り、1 人に 7 個ずつ分けると 6 個不足します。子どもは何人いますか。」	
解法	算数的解法	代数的解法
解 き 方	<p>過不足算で人数を出す公式は、 $(\text{差の集まり}) \div (\text{一人ずつの差}) = (\text{人数})$ 差の集まりは、①はじめ過不足なし、次に不足の場合…不足 ②はじめ余り、次に不足の場合…余り+不足 ③はじめ余り、次に余る場合…余り-余り ④はじめ不足、次に不足の場合…不足-不足 この場合は②であるので、 差の集まりは、 $18 + 6 = 24 \text{ (個)}$ 一人ずつの差は、 $7 - 4 = 3 \text{ (個)}$ 公式より、人数は、 $24 \div 3 = 8 \text{ (人)}$ 答え 8 人</p>	<p>人数を X とすると、みかんの数はそれぞれ $4X + 18$ $7X - 6$ とあらわせる。 みかんの数は同じなので、次の方程式がなりたつ。 $4X + 18 = 7X - 6$ 解くと、 $4X - 7X = -6 - 18 - 3X = -24$ $X = 8$ 答え 8 人</p>
特 色	<ul style="list-style-type: none"> ・過不足算の公式を覚えていなければならない。 ・場合分けが複雑 ・問題や立式の考察に「仮定」して考えることが必要。 	<ul style="list-style-type: none"> ・順算と同じ考え方で解くことができる。

算数的解法の、差の集まりの 24 個や一人ずつの差の 3 個は、代数的解法の、方程式の中の -3 や -24 にあたる。

つまり、代数では機械的にできる移項と分配法則を、算数的な解法ではいちいち具体的に則して考えているといえる。

関数的解法の利点は、ごく易しい順算の問題と同じ考え方で解けることである。

そして、鶴亀算も旅人算も同じ方法で解けるため、いろいろな古典的文章題の型をいちいち暗記するよりはるかに楽なのである。

しかし、代数的方法を用いさえすればすべてが解決するだろうか。立式が問題となる。つまり、文章題から立式することができるといえるのが問題となるのである。算数的に解くときでも、代数的に解くときでも、問題を理解して計算に乗せるまでができるかどうか、数学的な考え方としては重要であって、1.1 で見たように、数学的な考え方を扱えるという価値観が主張されていたのだ。しかし、単に「数学的考え方」だけで解決するのかについては、1.4 で再び考察することにしたい。

注

- (1) 長妻克亘『量の指導入門・下巻』国士社,1963,p.35
 (2) 前掲書、p.39
 (3) 長妻克亘『文章題を解く学力』明治図書出版株式会社,1959,p.27
 (4) 小学教育研究会『算数自由自在（小学高学年）』（増訂第6刷版）受験研究社,2001,p.392

1.3 学年配当に見る文章題

1.1、1.2 で文章題に関する主張を見てきたが、では、現在の教育課程で、どのように文章題は扱われているのだろうか。

表 1-3-1

	領域と内容
第1学年	A 数と式 一元一次方程式
第2学年	A 数と式 連立一次方程式

小学校の内容には、かつての緑表紙のような鶴亀算や旅人算、過不足算のような古典的文章題は見られない。では、中学にはあるのだろうか。中学の現行の学習指導要領⁽¹⁾で関連する部分を抜き出せば、表 1-3-1 のようになる。

つまり、中1の一元一次方程式での「方程式の応用」、中2の連立方程式での「方程式の応用」で、古典的文章題が扱われる。実際、教科書にも見られる⁽²⁾。しかし、これは、「算数的解法」ではなく、その単位からわかるように「代数的解法」で解いているのである。この意味では、現在の教育課程は、古典的文章題を算数的方法で扱うことはせずに、方程式の応用として解くと言った点で、長妻の主張を大いに取り入れたものとなっていると言えるだろう。

また、割合や、それに関わる量に関する学年配当が、戦後どのように変わってきたか、表 1-3-2 にまとめた。

表 1-3-2

	平均	百分率	速さ	仕事算	同種の2つの量の割合	異種の2つの量の割合	比
昭和33年	5	5	5	5	5	5	5
昭和44年	5	5	5	5	5	5	6
昭和52年	5	5	5	5	5	5	6
平成元年	5	5	5	—	5	5	6
平成10年	6	5	6	—	5	6	6

昭和 33 年、44 年、53 年の指導要領の速さの内容にはそれぞれ「なお、速さについては、指導上の留意事項 (9) で述べているように、仕事についての速さも、単位量あたりにするその分量で比べられること、また、回転する速さも単位量あたりの回転数で比べられることなどを知らせ、これらも、同じような考え方でとらえられることを理解させておくことが望ましい。」⁽³⁾「なお、速さについては、物の移動と見られるものばかりでなく、仕事の速さとか、回転の速さなどについても、とりあげるようにすることが必要である。」⁽⁴⁾「速さについては、回転の速さとか、仕事の速さなどのようなものも考えられるが、これらについても、正しい理解を得させるようにする。」⁽⁵⁾と記されており、これらが仕事算に相当する。この後の指導要領にこのような記述は見られない。

つまり昭和 33 年以降平成元年までの指導要領では、古典的文章題が前の学年までの応用・発展として意味を持っていた。現在の指導要領に古典的文章題が扱われていないのは、そのような余裕がないからだろう。

「速さ」は現行の指導要領では、小学校 6 年の指導内容であり、比や割合に関しては小学校 5・6 年の指導内容であるが、必ずしもすべての子どもがよく理解しているとは言えない。むしろつまづきが多いと指摘されるところである。そこで、次節では、田端輝彦氏の論考を参考に、割合に関する問題点を探ることにしよう。

注

- (1) 文部省『中学校指導書 数学編』大阪書籍株式会社,1999,pp.52-64
- (2) 向井健人「文章題の立式に関する項目関連分析」,(日本数学教育学会主催 第 38 回数学教育論文発表会 (於: 山梨大学)での当日配布資料)、2005
- (3) 文部省『小学校算数指導書』大日本図書株式会社,1960,p.138
- (4) 文部省『小学校算数指導書』大阪書籍株式会社,1969,p.129
- (5) 文部省『小学校指導書 算数編』大阪書籍株式会社,1979,p.118

1. 4 割合の指導に関する問題点

田端氏は「同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序が問題である」⁽¹⁾と主張する。表 1-3-2 からわかるように、平成元年までの指導要領では、同種の量の割合と異種の量の割合を 5 学年に配置していた。しかし、平成 10 年の指導要領では、同種の量の割合を第 5 学年、異種の量の割合を第 6 学年とし、このことは、同種の量の割合の後に異種の量の割合を指導することを意味している。

ところが、同種の量の割合と異種の量の割合を同じ第 5 学年で指導することとなっていた平成 12 年の検定教科書の 6 社すべてが、異種の量の割合の後に同種の量の割合を指導していたのである⁽²⁾。

田端氏は「学んだことをもとに発展的な授業をしようとした場合、異種の量の割合の後に同種の量の割合を指導すべきである」⁽³⁾と主張する。

また、割合を解く時のアイデアとして活用する「公倍数」や「平均」も6学年配当となったため、これらのことが未習である5学年の子どもに対して、同種の量の割合を指導しなければならないのは困難であるといえる。

このように割合の学年配当が変わったことにより、第5学年での学習内容の負担が大きく、割合でつまづく子どもが多くなっているのだろう。

注

- (1) 田端輝彦「同種の量の割合の導入に関する一考察」『日本数学教育学会誌』第85巻第12号、2003、p.3
- (2) 田端輝彦「同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序に関する考察」『日本数学教育学会誌』、第84巻第8号、2002、p.23
- (3) 前掲(1)のp.5

2. 同種の量の割合の指導

2.1 同種の量の割合の困難性

1.4でもみてきたように、現行の指導要領で同種の量の割合が、異種の量の割合の前に来たことで、高学年での割合の指導がさらに困難になったと言える。

第2回関西算数授業研究会の当日配付資料⁽¹⁾に多くを負って、第5学年の割合の導入での問題点をみていこう。シュートのうまさ比べる問題⁽²⁾を例にとる。

	投げた回数	入った回数
1	15	6
2	15	8
3	12	6

1と2、1と3はそれぞれ、投げた回数と入った回数のどちらかが同じであるため、子どもも容易に答えが出せる。しかし、2と3を比べる際、どちらも数が違うため新たなアイデアを考えなくてはならない。以前は割合を学習する段階で既習だった「倍数・公倍数」「平均」「単位量あたりの考え」が、いまではすべて未習となったので、子どもから割合の考え方が出るのは困難であると言える。したがって、現行の指導要領で割合の指導を考えた場合、基準を1とみるよさをいかに子どもが創造していくような展開を考えられるかが問われる⁽³⁾。

また、上のことが未習のまま子どもたちに考えさせると、多くの子どもが「差」の見方から離れられず、「倍」の見方で比べる割合のよさを感じる事が難しい⁽⁴⁾。

さらに、割合の計算では割り算が多く、商が小数になることも多い。これらの計算を苦手とし抵抗を感じる子どもも多い⁽⁵⁾。小数倍の概念の理解や乗除の意味理解が不十分だと、感覚として理解できなかったり、演算が決定できなかったりという状態に陥ることになる。したがって、割合を指導する中で、そのような既習事項でつまずきが見られる子どもに対しての手立てを講じることも求められる⁽⁶⁾。

導入に使われる問題には様々なものがあるが、それぞれの長所と短所は表 2-1-1 の通りである⁽⁷⁾。

表 2-1-1

	長所	短所
倍率の問題	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1 を超える場合があるので既習の倍の見方との関連がわかりやすい。 ・ 身近な問題として存在する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 分離量であることから小数値の意味がわかりにくい。 ・ 定員という架空の量が基準になる。 ・ 比例の見方をしにくい。 ・ 実際に取り上げるクラブや委員会などは、大抵「あと何人」「何人オーバー」と考えるので、加法方略（「差」で比べる見方）を用いやすい。
シュートの成功率やゲームの勝率の問題	<ul style="list-style-type: none"> ・ 実際に活動することができ、また身近な問題として存在する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 分離量であることから小数値の意味がわかりにくい。 ・ 比例関係が前提となっていない。 ・ 均質であると仮定する平均の考えが必要。
ゴムの伸びの問題	<ul style="list-style-type: none"> ・ 割合が 1 を超えるので、倍の見方との関連がわかりやすい。 ・ 比例関係が前提にある。 ・ 連続量である。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 帯小数（※ 1）となるので、他の題材で真小数（※ 2）の割合を学習する必要がある。
割引の問題	<ul style="list-style-type: none"> ・ 子どもの興味をひきつけやすい。 ・ 分離量であるが、桁が大きいので簡単な割合だと整数の範囲で処理できる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 個々の価値観に左右されやすい。

既習のものと関連づけられ、子供の活動があり、子どもの興味をひきつけるような導入を追究しなければならない。

※ 1 帯小数……1.2 や 3.5 など、1 より大きい小数のことをいう。

※ 2 真小数……0.1 や 0.5 など、1 より小さい小数のことをいう。

注

- (1) 第2回 関西算数授業研究会 (2006.8.29. 於：大阪教育大学附属池田小学校)
 (2) 下道成人「第5学年 割合の指導を考える」前注 (1) の当日配布資料 所収、2006,p.41
 (3) 前掲書. p.41
 (4) 前掲書. p.41
 (5) 石谷茂『算数誤算誤答の事例研究 (5年)』明治図書出版株式会社,1960,p.99
 (6) 前掲 (3) の下道、p.42
 (7) 前掲書. p.42

2.2 異種の量の割合での発達支援の事例

前節で、同種の量の割合について述べたが、異種のものに問題がないわけではない。割合の指導の問題として、速さ＝距離／時間などの公式は使えるが、内包量に対する意味理解がともなわないといったことがあげられる。藤村氏によると、これは、内包量（単位あたり量）の指導の重点が内包量の比較におかれ、子どもの行う比例的推理はほとんど考慮されてこなかったことが原因であると考えられる⁽¹⁾。割合の意味を理解するためには、実際に子どもが経験し比例的推理を行うことが大切である。

そこで藤村氏は、割合に関する内容が未習である3、4、5年生を対象に実験を行い、子どもの割合の理解促進を試みた⁽²⁾。

事前・事後テストは、

「とおる君とまさお君は、水とオレンジカルピスをまぜてジュースを作りました。

	とおる君	まさお君
水	2dl	4dl
オレンジカルピス	6杯	8杯

とおる君のジュースとまさお君のジュースでは、どちらが濃いですか。」

という問題が絵カードを用いて実施された。このテストには、倍数関係の理解に基づいて解決できる小問や、単位量あたりを使う小問などが4問含まれていた。

事前テスト後、

	A	B
水	2dl	3dl
オレンジカルピス	4杯	?

「AとBを同じ濃さにするには、Bにオレンジカルピスを何杯いれるとよいか」

という問題を、実際の水とオレンジカルピスを材料として、比例的推理による予測や操作を子どもに個別に行わせ、誤っていた場合には再予測させた。その後に事後テストを実施した。

この結果、事前テストから事後テストの正答率は何の学年も増加した。これにより、子どもの比例的推理を利用した具体物の操作は、特に4、5年生の濃度理解を促進するのに有効であることが明らかになった⁽³⁾。

異種の量の割合の中でも、藤村氏の濃度の問題や速度などは、子どもたちが実際に経験し、実感が持ちやすいものである。しかし、風速や降水量などは、それがどの位のものなのかという実感がもちにくいだろう。そこで、正田氏は大学生に「ある量の数値と実感とを関連させる数直線」という課題を出した⁽⁴⁾。ある学生は、「降水量何mmは、人がどのように感じる程度のものか」を数直線とキャラクターを使ってまとめた。このように、実際に数値とその数値が表す状態との関連をつけさせる作業をすることで数値の実感を持ち、割合が理解しやすくなると言える。

注

- (1) 藤村宣之『認知心理学からみた 数の理解』北大路書房,1995、p.137
- (2) 前掲書、pp.137-138
- (3) 前掲書、pp.138-139
- (4) 正田良「特集 街で見かけた算数・数学 風力って速さ?」『数学教室』2002年7月号、国土社、pp.31-34

2.3 同種の量の割合の発達支援

藤村氏の事例や正田氏の課題のように、異種の量の割合は実際に操作させたり作業を通して実感させたりすることで、理解を促進することができる。では、同種の量の割合でも同様のことが言えるだろうか。

教科書で多く扱われている同種の量の割合の問題は、クラブの定員数と希望者数の割合やシュートの成功率、品物の定価と割引などである。これらも、異種の量の割合と同様に、数直線にしたり実際に操作させたりすることで、実感を持たせることができそうである。例えば、くじの中から当たりを引く確率などを実際に行ってみて、子どもに感覚をつかませたり、野球選手の打率を調べて上手さを捉えさせたりすると、同種の量の割合の理解促進になるだろう。

また、仮説実験授業研究会の授業書「日本の資源」では、日本の食料の自給率などが取り上げられている⁽¹⁾。これも同種の量の割合で、資料を調べる活動など授業の参考になるだろう。なお、第4章で行う学習指導の提案に関わって、直接参考とする先行研究となる市川氏、秋田氏の実践例に関しては、次章に譲ることとする。

注

- (1) 仮説実験授業研究会『楽しい科学の授業シリーズ 授業科学研究 11』株式会社仮説社,1982、pp.152-172

3. 割合の指導の先行研究

この章では、ひまわり社から出版されているシリーズに収められた、市川氏と秋田氏の先行研究を紹介する。

3.1 第5学年の同種の量の割合の指導

同種の量の割合の指導で、市川氏は「割合＝比べられる量÷もとになる量」なのだから、何が比べる量か、もとになる量か、あてはめればそれのできるようになる。というものではない。このあてはめができるくらいの子は割合学習など必要ない。公式主義ではうまくいかない⁽¹⁾と主張する。

市川氏は、基準量を「1」として、そのほかの量はこの「1」に対してどれだけに当たっているかを考えさせることを重視した。「1」というのは“もとになる量÷もとになる量”という計算で出るので、比べる量ももとになる量で割ればいい、ということがわかる。しかし、「1」をもとにするといっても、子どもたちは簡単に実感できないだろう。そこで市川氏は、板垣氏が考案した割合定規を作り、子どもたちが操作しながら基準量の「1」を実感できるようにした⁽²⁾。

割合定規とは、25 cmの平ゴムに目盛りを振ったものである。教科書の縦の長さを「1」とした時の横の長さの割合を調べる時、ゴムを伸ばして「1」の目盛りを教科書の縦の長さに合わせ、その伸びをクリップで留めたまま教科書の横に合わせると、その目盛りが割合になるのである⁽³⁾。

市川氏はこの割合定規を使って、顔の長さを「1」としてみた時の他の身体の部位の長さの割合を調べる授業を行った⁽⁴⁾。割合を調べた後、身長や手、足、胴回りなど実際の長さを測り、計算で割合定規の確かめをさせた。この操作活動を通して、顔の長さに対し身体の各部位がどれだけに当たるのかの計算のイメージがつかめたり、もとになる量がどれにあたるかが身についたりするといえる。また、割合定規の大きさや、「1」の目盛りをつける位置で、バリエーションができるという利点や、測る対象によって「1」が色々と変化することが体感できるという利点もある。このような市川氏の授業実践は、まさに操作活動を通し割合を実感することで理解が促進される授業であると言える。

注

(1) 市川良『いきいき算数5年の授業』ひまわり社、2004,p.216

(2) 前掲書、p.224

(3) 前掲書、p.225

(4) 前掲書、pp.226-228

3.2 第6学年の異種の量の割合の指導

まず、秋田氏は異種の量の割合の学習の流れを位置づけた。異種の量の割合には大きく分けて「密度型」と「速度型」があり、「密度型」は土台になるものがはっきりと見えるのに対し、「速度型」は土台の時間が目に見えず理解しづらいため、「密度型」の方を先に学習する。「密度型」の代表的なものには「混み具合」「人口密度」「濃度」があり、広がっているものがはっきりと見える「混み具合」を初めに扱い、目に見えない「濃度」を最後に扱う。「速度型」には「移動の速さ」と「仕事の速さ」があり、「仕事の速さ」は印刷された紙のように仕事の結果を見ることができのに対し、「移動の速さ」は動いた距離が形に残らないため「仕事の速さ」を先に学習する。したがって学習の流れを、「密度型」(混み具合→人口密度→濃度)→「速度型」(仕事の速さ→移動の速さ)とした⁽¹⁾。

秋田氏は、これらの各学習の導入にゲームを取り入れる事で、子どもたちに量を体感させた。「混み具合」では電車の混み具合当てゲーム、「濃度」では砂糖水の濃さ当てゲーム、「仕事の速さ」ではビー玉運びゲーム、「移動の速さ」では三輪車レースなどである⁽²⁾。

割合の問題の立式ができない子どもが多いという問題点の対策として、秋田氏はかけわり図を用いた。かけわり図とは、例えば「1皿に2個ずつりんごが乗ったお皿が3皿あったらりんごは6個」という場面だったら図3-2-1のように表される。

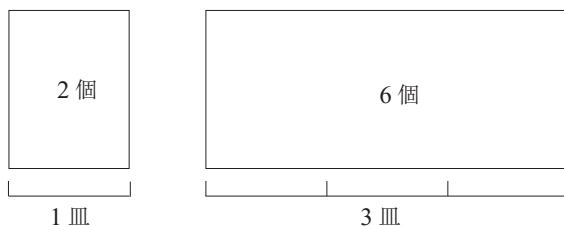


図 3-2-1：りんごの数の問題のかけわり図

これを「3両に36人乗っている電車の混み具合は？」という「混み具合」の問題にあてはめると図3-2-2のようになる。

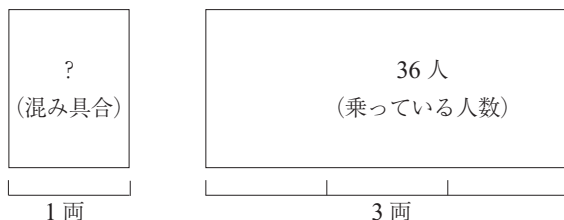


図 3-2-2：電車の混み具合の問題のかけわり図

「かけわり図を使うと、文章題を見た時に何を尋ねている問題かすぐわかり、演算決定が容易にできる」⁽³⁾と主張しているが、かけわり図の役割としては、

- ・問題の構造がわかり、演算決定がしやすくなる。
- ・かけ算とわり算の関係性がわかる。
- ・異なる問題でも、同じ操作（かけ算並びに割り算）をしていることが意識しやすくなる。

という機能を指摘することができるだろう。秋田氏は、割合の前の段階のかけ算やわり算の単元から、かけわり図を用いた授業を実践している。

注

- (1) 秋田敏文『いきいき算数6年の授業』ひまわり社、2004,pp.104-105
- (2) 前掲書、pp.107-128
- (3) 前掲書、p.16

4. 同種の量の割合に関する指導計画

4.1 同種の量の割合の種類

教科書で取り上げられている同種の量の割合の問題には様々なものがある。指導計画を立てるために、それらを問題の種類、計算したときに割合が真小数になるなどの計算の難易度、扱いやすさなどの視点から分類する。まず、問題の種類は割合を出すものの関係とそれらを整理すると、表 4-1-1 のようになる。

表 4-1-1

2つの部分を比べたときの割合	真小数・帯小数・整数のどれもありえる問題	連続量	長さ	・ノートの縦の長さとの横の長さの割合 ・顔の長さとの他の部分の長さの割合
			面積	・中庭の花壇と芝生の割合
			体積	・腐葉土と赤玉土の割合
		分離量	個数	・オセロの白石と黒石の割合
			人数	・男女の割合
			数	・父と娘の年齢の割合（何倍か）
全体の中のどれだけにあたるかという問題	割合が真小数になる問題			・クラブの定員数と希望者数 ・乗り物の定員数と乗車数 ・品物の定価と割引 ・学校の中のサッカークラブの人数
確率的な問題	割合が真小数になる問題			・シュートの成功率 ・クラブチームの勝利率 ・野球の打率 ・テレビの視聴率 ・当たりくじを引く確率 ・問題の正答率

表 4-1-1 では、「全体とそのうちの一部」という関係にある 2 量を考えてそれらの割合を考えるか、対等な立場である 2 量を考えるかによって分類をしている。そして、「全体とそのうちの一部」の中で、不確定事象について、次の試行での起こりやすさに関心が及ぶ傾向にある割合を、特に「確率的な問題」として区別した。

さて、このように指導するべき割合の総体を書き出してみたが、これらに関して子どもの理解を支援するために考えるべき点がいくつかある。

(1) 小数のわかりにくさ

(2) 教具

と大きく 2 つに分けてみていくことにしよう。

(1) 小数のわかりにくさ

小数の掛け算、割り算は小学校5年生にとってまだ不慣れであるので、整数に比べて難しいものと意識されるだろう。そこで、割合や扱う量が整数であるものを、先行させるという方針を考えることができる。

「全体の中のどれだけにあたるかという問題」と「2つの部分を比べたときの割合」は、3.1で述べたような教具を使い実際に操作することで、割合のイメージをつかむことができる。さらに、“全体とそのうちの一部分”は、どの問題も全体（割る数）より一部分（割られる数）が小さい数になるため、割合が真小数になる。“対等な立場”では、問題によって、真小数にも帯小数にも整数にもなりえる。帯小数の場合は、例えば、5.13の概数として5をとって、だいたい5の数とみなすことによって、整数に準ずるものと扱うことができるので、真小数よりも帯小数の方が理解しやすいだろう。したがって“全体とそのうちの一部分”より“対等な立場”の割合の方が計算が楽になるため先に指導すべきである。

(2) 教具

これまでに、子どもの割合理解を支援し得る教具、および、教具に準ずるものとしていくつかのものを考えてきた。

A) 割合定規、B) かけわり図、C) 数直線

などである。

まず、割合定規を活用するに当たって、指導の順序に関して、先に述べた整数・小数の順序の原則に一見反する順序を考えるべきだろう。「2つの部分を比べたときの割合」は、扱う量が個数等の分離量なのか、長さ等の連続量なのかによって、さらに分類が可能である。個数等の分離量は割合が整数になる問題を作りやすいが、ここでは割合定規で実物を測ることができる連続量の長さから指導する。しかし、連続量のうちでも値が整数になるものを選んで、提示し小数に関する抵抗感を持たせないように工夫したい。東京書籍の平成17年度版検定済教科書では、小学校4年生に、「倍」について比較の多くの紙面を割いて扱っている。2つのものの長さがともに整数で、割合も整数になる場合を、長い方のものを、短い方のものを「任意単位」のようにみなしてその倍の本数だけ並べて沿わして長さを比較し、それと同等な操作が2つのものの長さの割り算で実行できることが扱われている。我々のプランでの一番初めに位置させるべきなのは、まさにこのような活動だろう。

このように長さで導入すると、割合定規を直接に扱うことが可能となる。割合定規は割合を割り算を経ずに伸び縮みするゴムの目盛を読むことで読み取るものであるが、測る2量はともに長さであり、求められる割合も可変的な「単位」を用いた長さを表わす数値として扱われる。このようにもっぱら長さに関する活動をしているので、子どもにとって親しみのある「個数」の扱いが逆にしにくくなる懸念が生ずる。「個数」を「長さ」に変換する必要があるのである。このためには、第4の教具、D) 棒グラフを指摘しよう。棒グラフは学年配当からして既に既習であるが、ここでの扱いに関連させて思い起こさせる必要があろう。

2つの個数の割合を、ものとのとの対応として扱う他に、2つの個数を棒グラフにかき、その棒の長さとしても比較し、割合定規を用いて測るという活動を行なうのだ。つまり、「棒グラフ」を教具として、「長さ」から「個数」への橋渡しを行なうのだ。なお、C)として挙げた数直線は「位置」という長さや密接に関わるもので、割合の程度を表わすものであるもので、測りといった割合と、その割合が表わす実感とを結びつける機能を持つだろう。このあとでの扱いが適当である。

「確率的な問題」は分離量であることから小数値の意味がわかりにくく、平均のイメージも湧きにくいので、最後に数直線を書き、感覚をつかみながら学習していく。

最後に、図を書いて割合を解く学習をする。図には数直線や表、グラフ、絵など色々あるが、ここでは3.2で紹介したかけわり図を使う。これはB)として先に挙げているが、割合に当たる量を面積、割合を縦軸、もとなる量を横軸に表わし、長さを量を表わす典型量として位置付けて、掛け算と割り算に関する3つの量の関係を統合的に示すものであるから、演算決定には有効であると思われる。しかし、量を長さで表わしたり、面積で表わしたりすることは、いきなりでは抵抗があるかもしれない。個数を長さで表わすなどの経験をして、扱いに慣れていることが必要であろうから、一連の活動のあとに位置付けることにしたい。

したがって、「2つの部分を比べたときの割合（整数→小数）（長さ→個数）」→「全体のうちのどれだけにあたるかという問題」→「確率的な問題」の順で扱う。

4.2 同種の量の割合の指導順序

4.1で分類したものをもとに、具体的な指導順序と授業計画を考えていく。

まず、1時では鉛筆がチョークの何倍であるかを調べる作業をする。しかし、「倍数」は未習であるため、「チョークの3つ分」など整数で割り切れる長さのみを扱う。2時で市川氏の割合定規を作り、基準が「1」であることを学習する。この割合定規を使い、3時で1時の問題を再び定規を使って調べる。ここでは色々な長さの鉛筆とチョークを用意し、定規を使うと割合が小数になっても簡単にわかるようになるのである。割合定規で測ったあとは、必ず実際の長さも測り、計算して確かめをする。この確かめをすることで、何を何で割るのが操作活動を通じて身についていくのである。また、色々なものを測ることで、測る対象によって「1」が色々変化することも体験できるといえる。

割合定規を使えるようになったら、長さ→面積→体積→分離量と発展させていく。これらは直接割合定規で測れないため、棒グラフに直してから測る。前時の長さに引き続き、5時では連続量の面積である中庭の花壇と芝生の割合や、体積である腐葉土と赤玉土の割合などを扱う。そして、6時では分離量の個数を扱う。例えば、オセロの白石と黒石の数を棒グラフに直してから割合定規で調べる。

次に、7時で男女の数を棒グラフに直してから割合定規で調べる作業をする。男女の数の

問題は、「クラスの中の男女の割合」や「クラスの中の男子（女子）の人数」などと様々な問題を作ることができる。つまり、「2つの部分を比べたときの割合」と「全体の中のどれだけにあたるかという問題」のどちらともとれるため、次の「全体の中のどれだけにあたるかという問題」につなげやすいといえるだろう。

8時、9時からは、「全体の中のどれだけにあたるかという問題」を学習する。ここでも数を棒グラフに直してから割合定規で調べる作業をする。こうして何度も問題を解くことによって、問題のタイプが変わっても、長さに直して割合定規で測ったり、計算したりして割合が出せることがわかるようになるのである。

10時からは、「確率的な問題」を扱う。確率的な問題は、分離量であることから小数値の意味がわかりにくく、平均のイメージも湧きにくいいため、数直線を書き感覚をつかみながら学習していく。初めはより実感のつかみやすい、実際に体験するものから扱う。当たりくじを引く確率とその感じ方や、シュートの成功率とその感じ方などをグループに分かれて体験し、数直線に表していく作業をする。できた数直線は発表しあい、色々な割合があることを知る。次に、テレビの視聴率や野球の打率など、子どもが興味を持っているものを調べ、どの割合がどのように感じるかを数直線に発表しあう。

13時で調べた確率を、14時で図に表す。ここで、次で扱うかけわり図の縦軸の意味をつかむ。15時、16時では、かけわり図を書き、式の仕組みを理解しながら割合の問題を解いていく。初めは身近で数が整数である「2つの部分を比べたときの割合」の父と娘の年齢の問題を扱う。

これらを表にしてまとめると、表4-2-1のようになる。

表 4-2-1

時	学習内容
1 時	<u>2つの部分を比べたときの割合</u> 鉛筆がチョークの何倍であるか調べる。
2 時	市川氏の割合定規を作る。
3 時	<u>2つの部分を比べたときの割合</u> 割合定規を使って鉛筆とチョークの割合を調べる。
4 時	<u>2つの部分を比べたときの割合</u> 割合定規を使って、連続量の長さである顔の長さとその他の部分やノートの縦と横の長さなどの割合を調べる。
5 時	<u>2つの部分を比べたときの割合</u> 連続量の面積である中庭の花壇と芝生の割合や、体積である腐葉土と赤玉土の割合などを、棒グラフに直してから割合定規で調べる。
6 時	<u>2つの部分を比べたときの割合</u> オセロの白石と黒石の割合など、分離量の個数を棒グラフに直してから割合定規で調べる。
7 時	<u>2つの部分を比べたときの割合</u> 分離量の人数である男女の割合を、棒グラフに直してから割合定規で調べる。

8 時 9 時	<u>全体の中のどれだけにあたるかという問題</u> 学校の中のサッカークラブの人数やクラブの定員数と希望者数、定価と割引などの問題を、棒グラフに直してから割合定規で調べる。
10 時 11 時	<u>確率的な問題</u> 当たりくじを引く確率やシュート成功率などを、実際に体験し、正田氏の割合の数直線を書く。
12 時 13 時	<u>確率的な問題</u> テレビの視聴率や野球の打率などを調べ、正田氏の割合の数直線を書く。
14 時	<u>確率的な問題</u> テレビの視聴率の問題を、かけわり図にして考える。
15 時 16 時	<u>2つの部分を比べたときの割合</u> 秋田氏のかけわり図を使って、父と娘の年齢の割合をかけわり図を書いて解く。

児童の発達段階にあわせ、理解しやすい易しいものから指導することと、児童が実際に操作して理解が促進される教具を用いることを重視して指導計画を示してきた。これを実際に行ってみると問題点が出てくると思うが、ただ教科書通り授業を行うのではなく、いかに児童のつまずきを無くせるか研究し、自分なりの指導計画を立て授業を行うことは大切であるだろう。

4.3 今後の課題

この論文では、5、6学年に焦点を当て見てきたが、この指導計画以前の指導について考えるのであれば、かけ算とわり算の指導について指摘したい。割合の基となるのがかけ算とわり算であり、これらを学習した際に意味がしっかりと把握されてきていないので割合の学習でつまずくのだという主張もある。したがって、かけ算を学習する2年生、わり算を学習する3年生のうちからかけわり図を使って式の意味を理解しておくことが望ましいと考える。

また、現行の学習指導要領では、文章題に関する扱いについて明確な位置付けを欠くことも、立式ができない原因であると考えられる。現在の教科書では、文章題は公式を覚えた後の練習問題として扱われ、その問題は単元ごとにあり、かけ算を覚えた後はかけ算の文章題しか出てこない。これでは児童が問題の意味を考えなくなってしまい、割合になった時に今までのようにいなくなるため、つまずくのだといえる。

この2つを今後の課題としていきたい。